

경영·경제분석을 위한 핵심 수학(6판)

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 원서 저작권자(Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Hammond, Andrés Carvajal)와 Pearson, 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 12 행렬대수

12.1 행렬과 벡터

1.

(a) 2×2

(b) 2×3

(c) $m \times n$

2.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.

$$u = 3, \quad v = -2$$

CHAPTER 12 행렬대수

12.2 연립일차방정식

1.

일차방정식은 (a), (c), (d), (f)이다.

2.

연립일차방정식이다.

3.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 2 \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 11x_4 = 4 \\ 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 10x_4 = 8 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = b_1 \\ x_1 + x_3 + x_4 = b_2 \\ x_1 + x_2 + x_4 = b_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = b_4 \end{cases}$$

$$\text{연립일차방정식의 해 : } \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{3}b_1 + \frac{1}{3}(b_2 + b_3 + b_4) \\ x_2 = -\frac{2}{3}b_2 + \frac{1}{3}(b_1 + b_3 + b_4) \\ x_3 = -\frac{2}{3}b_3 + \frac{1}{3}(b_1 + b_2 + b_4) \\ x_4 = -\frac{2}{3}b_4 + \frac{1}{3}(b_1 + b_2 + b_3) \end{cases}$$

5.

(a) j 가 소유한 상품 묶음

(b) 모두가 소유한 상품 1의 총량과 모두가 소유한 상품 i 의 총량

(c) $p_1a_{1j} + p_2a_{2j} + \cdots + p_ma_{mj}$

6.

$$\begin{cases} -0.712Y + C = 95.05 \\ X - Y - S + C = 0.00 \\ 0.158X - S + 0.158C = 34.30 \\ X = 93.53 \end{cases}$$

연립방정식의 해 : $X = 93.53$, $Y \approx 482.11$, $S \approx 49.73$, $C \approx 438.31$

CHAPTER 12 행렬대수

12.3 행렬의 덧셈

1.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$3\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

2.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -6 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$5\mathbf{A} - 3\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -20 \\ 10 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

CHAPTER 12 행렬대수

12.4 벡터대수

1.

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 13 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$-5\mathbf{a} + 2\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 13 \end{pmatrix}$$

2.

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = (-1, 6, -4)$$

$$\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c} = (-3, 10, 2)$$

$$\mathbf{a} + 2\mathbf{b} - 3\mathbf{c} = (9, -6, 9)$$

3.

$$x = 3, y = -3, z = -4$$

4.

성분은 모두 0이다.

5.

알 수 없다.

6.

$$(4, -11) = 3(2, -1) - 2(1, 4)$$

7.

$$\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 4\mathbf{b}$$

8.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = 5$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = 7$$

9.

$$x = -4$$

10.

$$(a) \mathbf{x} = (5, 7, 12)$$

$$(b) \mathbf{u} = (20, 18, 25)$$

$$(c) 526$$

11.

$$(a) \text{수익} : \mathbf{p} \cdot \mathbf{z}$$

$$\text{비용} : \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$$

$$(b) -\mathbf{p} \cdot \mathbf{y} \text{의 손실이 발생한다.}$$

12.

$$\text{입력벡터} : \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{출력벡터} : \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{비용} : 3$$

$$\text{수익} : 2$$

$$\text{순생산물 가치} : -1$$

$$\text{이윤} : -1$$

CHAPTER 12 행렬대수

12.5 행렬의 곱셈

1.

$$(a) \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} -2 & -10 \\ -2 & 17 \end{pmatrix}, \mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 15 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 26 & 3 \\ 6 & -22 \end{pmatrix}, \mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 14 & 6 & -12 \\ 35 & 12 & 4 \\ 3 & 3 & -22 \end{pmatrix}$$

$$(c) \mathbf{AB} \text{는 정의되지 않음}, \mathbf{BA} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(d) \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 \\ 0 & -8 & 12 \end{pmatrix}, \mathbf{BA} = (16)$$

2.

$$3\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - 2\mathbf{C} + \mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1 & 15 \\ -6 & -13 \end{pmatrix} \quad \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C}(\mathbf{AB}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 9 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 \\ 1 & -2 & -3 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 19 & -5 & 16 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{BA} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -9 \\ 19 & 3 & -3 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC}) = \begin{pmatrix} 23 & 8 & 25 \\ 92 & -28 & 76 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix}$$

4.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5.

$$(a) \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \text{없음}$$

6.

$$n \times m$$

7.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} w-y & y \\ y & w \end{pmatrix} \text{ (단, } w, y \text{는 임의의 실수)}$$

8.

$$\mathbf{T}(\mathbf{T}\mathbf{s}) = \begin{pmatrix} 0.2875 \\ 0.2250 \\ 0.4875 \end{pmatrix}$$

CHAPTER 12 행렬대수

12.6 행렬의 곱셈법칙

1.

증명 생략

2.

$$(ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz)$$

3.

증명 생략

4.

$$(a) \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 9 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad (b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

5.

(a), (b) 모두 $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$ 인 경우에 성립

6.

증명 생략

7.

증명 생략

8.

(a) 증명 생략

$$(b) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(c) 증명 생략

CHAPTER 12 행렬대수

12.7 전치행렬

1.

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 8 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}' = (0 \ 1 \ -1 \ 2), \quad \mathbf{C}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2.

$$(a) \ \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$(\alpha \mathbf{A})' = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{A}\mathbf{B})' = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 8 \end{pmatrix} = \mathbf{B}'\mathbf{A}'$$

$$\mathbf{A}'\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$$

(b) 증명 생략

3.

증명 생략

4.

$$a = 2$$

5.

아니다.

6.

증명 생략

7.

증명 생략

8.

(a) 증명 생략

$$(b) \ \mathbf{T}^n = 2^{1-n}\mathbf{T} + (1 - 2^{1-n})\mathbf{S}$$

증명 생략

CHAPTER 12 행렬대수

12.8 가우스 소거법

1.

(a) $x_1 = 5, x_2 = -2$

(b) $x_1 = \frac{20}{9}, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = \frac{22}{9}$

(c) $x_1 = \frac{2}{5}s, x_2 = \frac{3}{5}s, x_3 = s$ (단, s 는 임의의 실수)

2.

$a \neq -\frac{5}{2}$ 이면 $x = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}z, y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}z, z = \frac{2b-1}{2a+5}$ (단, z 는 임의의 상수)

$a = -\frac{5}{2}$ 이면 $b \neq \frac{1}{2}$ 이면 해가 없고 $b = \frac{1}{2}$ 이면 자유도가 1인 해를 갖는다.

3.

$c = 1$ 또는 $c = -\frac{2}{5}$ 일 때 $x = 2c^2 - 1 + t, y = s, z = t, w = 1 - c^2 - 2s - 2t$ (단, s, t 는 임의의 실수)

그 외의 c 에 대해서는 해가 없다.

4.

$a \neq \frac{3}{4}$

5.

$b_1 \neq \frac{1}{4}b_3$ 이면 해가 없다.

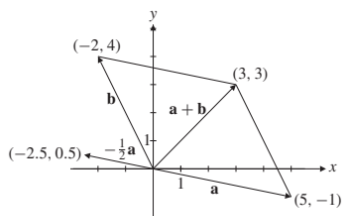
$b_1 = \frac{1}{4}b_3$ 이면 $x = -2b_2 + b_3 - 5t, y = \frac{3}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3 + 2t, z = t$ (단, t 는 임의의 실수)

CHAPTER 12 행렬대수

12.9 벡터의 기하적 이해

1.

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3, 3), \quad -\frac{1}{2}\mathbf{a} = (-2.5, 0.5)$$



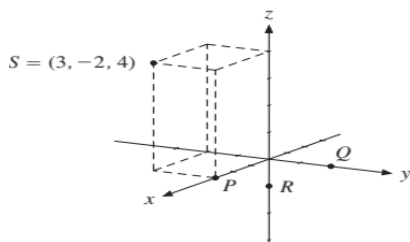
2.

$$(a) \quad (-1, 2) = \mathbf{b}, \quad \left(0, \frac{7}{4}\right), \left(1, \frac{3}{2}\right), \left(2, \frac{5}{4}\right), (3, 1) = \mathbf{a}$$

(b) $\mathbf{a}$ 와 $\mathbf{b}$ 사이의 선분

(c) 증명 생략

3.



4.

(a) $(0, 2, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선

(b) xy 평면과 직선 $y = x$ 에서 만나고 z 축에 평행한 평면

5.

$$\|\mathbf{a}\| = 3, \quad \|\mathbf{b}\| = 3, \quad \|\mathbf{c}\| = \sqrt{29}$$

코시-슈바르츠 부등식 성립

6.

$$(a) \quad x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$

(b) 증명 생략

7.

직교하는 벡터 : (a), (c)

8.

$$x = -2, 4$$

9.

증명 생략

10.

증명 생략

CHAPTER 12 행렬대수

12.10 직선과 평면

1.

(a) $x_1 = 10 - 7t$, $x_2 = 2 - 4t$, $x_3 = 1 + t$

(b) $x_1 = 1$, $x_2 = 3 - t$, $x_3 = 2 + t$

2.

(a) 증명 생략

(b) $-x_1 + 2x_2 + x_3 = -1$

(c) $P = \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{13}{3} \right)$

3.

$$x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -3$$

4.

$$2x + 3y + 5z \leq m \quad (\text{단, } m \geq 75)$$

5.

(a) $\mathbf{a}$ 의 좌표를 $-x + 2y + 3z = 1$ 에 대입하면 성립

(b) $(x_1, x_2, x_3) = (-2 - t, 1 + 2t, -1 + 3t)$

CHAPTER 12 행렬대수

CHAPTER 12 복습문제

12.1

$$(a) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

12.2

$$(a) \mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{A} + \mathbf{B} - 2\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$$

$$(c) \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(d) \mathbf{C}(\mathbf{AB}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -8 \end{pmatrix}$$

$$(e) \mathbf{AD} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(f) $\mathbf{DC}$ 는 정의되지 않음

$$(g) 2\mathbf{A} - 3\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(h) (\mathbf{A} - \mathbf{B})' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(i) (\mathbf{C}'\mathbf{A}')\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(j) \mathbf{C}'(\mathbf{A}'\mathbf{B}') = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

(k) $\mathbf{D}'\mathbf{D}'$ 는 정의되지 않음

$$(l) \mathbf{D}'\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 4 & 10 & 13 \\ 5 & 13 & 17 \end{pmatrix}$$

12.3

$$(a) \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 8 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} a-1 & 3 & -2 \\ a & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

12.4

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 1 \\ 8 & 6 & 4 \\ -10 & 9 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -5 \\ -2 & 2 & 6 \\ -2 & 5 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 13 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \\ -25 & 74 & -25 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{BA} = \begin{pmatrix} -33 & 1 & 20 \\ 12 & 6 & -15 \\ 6 & 4 & 18 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC}) = \begin{pmatrix} 74 & -31 & -48 \\ 6 & 25 & 38 \\ -2 & -75 & -26 \end{pmatrix}$$

12.5

$$a = b = 1, x = 6$$

12.6

$$(a) \mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} a^2 - b^2 & 2ab & b^2 \\ -2ab & a^2 - 2b^2 & 2ab \\ b^2 & -2ab & a^2 - b^2 \end{pmatrix}$$

(b) 증명 생략

$\mathbf{A}$ 는 $a = 0$ 일 때 교대행렬이다.

(c) 임의의 정사각행렬은 대칭행렬과 교대행렬의 합으로 나타낼 수 있다.

CHAPTER 12 행렬대수

12.7

(a) $x_1 = 5, x_2 = -1$

(b) $x_1 = \frac{3}{7}, x_2 = -\frac{5}{7}, x_3 = -\frac{18}{7}$

(c) $x_1 = \frac{1}{14}x_3, x_2 = -\frac{19}{14}x_3$ (단, x_3 는 임의의 실수)

12.8

$a \neq 0$

12.9

$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{35}$

$\|\mathbf{b}\| = \sqrt{11}$

$\|\mathbf{c}\| = \sqrt{69}$

증명 생략

12.10

증명 생략